

Deducción Natural.

Ejercicios de exámen.

1. (18F1) Demuestre, mediante Deducción Natural, la validez del siguiente esquema de argumento:

$$\frac{\begin{array}{c} (p \rightarrow q) \rightarrow r \\ s \rightarrow \neg p \\ t \\ (\neg s \wedge t) \rightarrow q \end{array}}{r}$$

Solución.

1.	$(p \rightarrow q) \rightarrow r$	Premisa
2.	$s \rightarrow \neg p$	Premisa
3.	t	Premisa
4.	$(\neg s \wedge t) \rightarrow q$	Premisa
5.	p	Hip. Aux
6.	$\neg s$	Modus Tollens 5,2
7.	$\neg s \wedge t$	RI \wedge 3,6
8.	q	RE \rightarrow 4,7
9.	$p \rightarrow q$	RI \rightarrow 5-8
10.	r	RE \rightarrow 1,9

2. (18F2) Demuestre, mediante Deducción Natural, la validez del siguiente esquema de argumento:

$$\frac{p \rightarrow q}{(p \rightarrow r) \vee (s \rightarrow q)}$$

Solución.

1.	$p \rightarrow q$	Premisa
2.	$p \vee \neg p$	Taut.
3.	p	Hip. Aux
4.	q	RE \rightarrow 1,3
5.	$\neg s \vee q$	RI \vee 4
6.	$s \rightarrow q$	Interdef. \vee, \rightarrow
7.	$(p \rightarrow r) \vee (s \rightarrow q)$	RI \vee
8.	$\neg p$	Hip. Aux
9.	$\neg p \vee r$	RI \vee 8
10.	$p \rightarrow r$	Interdef 9
11.	$(p \rightarrow r) \vee (s \rightarrow q)$	RI \vee 10
12.	$(p \rightarrow r) \vee (s \rightarrow q)$	RE \vee 3-7, 8-11

3. (18SO) Demuestre, mediante Deducción Natural, la validez del siguiente esquema de argumento:

$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow (s \vee p) \\ (u \vee r) \rightarrow r \\ \neg q \end{array}}{s \vee \neg u}$$

Solución.

1.	$p \rightarrow q$	Premisa
2.	$r \rightarrow (s \vee p)$	Premisa
3.	$(u \vee r) \rightarrow r$	Premisa
4.	$\neg q$	Premisa
5.	$\neg(s \vee \neg u)$	Hip. Aux
6.	$\neg s \wedge u$	Interdef. 5
7.	$\neg s$	RE \wedge 6
8.	u	RE \wedge 6
9.	$u \vee r$	RI \vee 8,10
10.	r	RE \rightarrow 3,9
11.	$s \vee p$	RE \rightarrow 2,10
12.	p	Tollendo Ponens ó IA 7,11
13.	q	RE \rightarrow 1,12
14.	$q \wedge \neg q$	RI \wedge 4,13
15.	$s \vee \neg u$	RI \neg 5-15

4. (**18SR**) Demuestre la validez del siguiente esquema de inferencia, mediante Deducción Natural.

$$\begin{array}{c}
 [p \rightarrow (q \vee r)] \rightarrow s \\
 \neg r \vee \neg p \\
 (\neg r \wedge u) \rightarrow (q \vee r) \\
 u \\
 \hline
 s
 \end{array}$$

Solución.

1.	$[p \rightarrow (q \vee r)] \rightarrow s$	Premisa
2.	$\neg r \vee \neg p$	Premisa
3.	$(\neg r \wedge u) \rightarrow (q \vee r)$	Premisa
4.	u	Premisa
5.	p	Hip. Aux
6.	$\neg r$	Tollendo M 2,5
7.	$\neg r \wedge u$	RI \wedge 4,6
8.	$q \vee r$	RE \rightarrow 3 ,7
9.	$p \rightarrow (q \vee r)$	RI \rightarrow 5-8
10.	s	RE \rightarrow 1 ,9

5. (**19F1**) Demuestre la validez del siguiente esquema de inferencia, mediante Deducción Natural, y proporcione una interpretación con alguna premisa falsa.

$$\frac{\begin{array}{c} (p \wedge q) \rightarrow \neg(\neg r \rightarrow \neg s) \\ r \vee t \\ \neg t \vee \neg s \end{array}}{\neg(p \wedge q)}$$

Solución.

1.	$(p \wedge q) \rightarrow \neg(\neg r \rightarrow \neg s)$	Premisa
2.	$r \vee t$	Premisa
3.	$\neg t \vee \neg s$	Premisa
4.	$p \wedge q$	Hip. Aux
5.	p	RE \wedge 4
6.	q	RE \wedge 4
7.	$\neg[\neg r \rightarrow \neg s]$	RE \rightarrow 1,4
8.	$\neg(r \vee \neg s)$	Interdef. $\rightarrow \vee$ 7
9.	$\neg r \wedge s$	L. Morgan 8
10.	$\neg r$	RE \wedge 9
11.	s	RE \wedge 9
12.	t	TM ó IA 3,11
13.	$t \wedge s$	RI \wedge 11,12
14.	$\neg(t \wedge s)$	Interdef. 3
15.	$[\neg(t \wedge s)] \wedge (t \wedge s)$	RI \wedge 13 ,14
16.	$\neg(p \wedge q)$	RI \neg 4-15

6. (19F2) Demuestre la validez del siguiente esquema de inferencia, mediante Deducción Natural, y proporcione una interpretación con alguna premisa falsa.

$$\frac{\begin{array}{l} \neg r \rightarrow (q \wedge \neg p) \\ (\neg r \wedge t) \rightarrow p \end{array}}{t \rightarrow r}$$

Solución.

1.	$\neg r \rightarrow (q \wedge \neg p)$	Premisa
2.	$(\neg r \wedge t) \rightarrow p$	Premisa
3.	t	Hip. Aux
4.	$p \vee \neg p$	PTE
5.	p	Hip Aux.
6.	$p \vee \neg q$	RI \vee 4
7.	$\neg [q \wedge \neg p]$	Interdef. 5
8.	$\neg \neg r$	Modus Tollens 1, 6
9.	r	RE \neg 7
10.	$\neg p$	Hip Aux.
11.	$\neg (\neg r \wedge t)$	Modus Tollens 2, 9
12.	$r \vee \neg t$	Interdef. 10
13.	r	IA 3,11
14.	r	RE \vee 4, 5-9,10-13
15.	$t \rightarrow r$	RI \rightarrow 4-13